

Modello affine e verifica metrica per Bituriza nella Tabula Peutingeriana

Le stazioni Bituriza e Umbro fl. compaiono nel tratto Adretio → Florentia della Tabula Peutingeriana, ma la loro identificazione è tutt'altro che pacifica. Umbro fl. è un toponimo idrografico privo di vignetta, probabilmente riferito al fiume Ambra o a un guado sul torrente omonimo. Bituriza, invece, è segnata con una vignetta a doppia torre, la stessa usata per Florentia e Arretium, suggerendo una mansio di rilievo.

La sua assenza negli Itineraria noti e la sua presenza nella Geografia di Tolomeo (come Biturgia) ha generato una lunga tradizione di interpretazioni divergenti. Il Ravennate la elenca come Beturnis, Guido come Veturris, e la cartografia umanistica la colloca alternativamente in Valdarno, Chianti o Valtiberina. La mia ipotesi (*Tabula Peutingeriana: Como, Leuceris, Bobianum e Bituriza*) si distingue per aver formalizzato la localizzazione di Bituriza attraverso un modello di trigonometria sferica, applicato alle coordinate tolemaiche.

Conversione trigonometrica delle coordinate tolemaiche

Questa la formula che permette di ricavare la distanza angolare (l'arco di circonferenza) sulla Terra 'piccola' tolemaica:

$$\cos s = \cos(\pi/2 - \phi_a) \cos(\pi/2 - \phi_b) + \sin(\pi/2 - \phi_a) \sin(\pi/2 - \phi_b) \cos \Delta\lambda_{ab}$$

dove s rappresenta la distanza angolare tra il punto di riferimento (a) e *Biturgia* (b) misurata sul cerchio massimo della Terra 'piccola' e ϕ_a , ϕ_b sono le rispettive latitudini di Tolomeo. $\Delta\lambda_{ab}$ è la differenza angolare tra le longitudini tolemaiche delle due località.

Per avere la misura in radianti di questa distanza sulla Terra 'grande' di Eratostene (i.e. la nostra) si usa la formula $S = s \cdot r/R$.

L'angolo al vertice α tra le due latitudini, in pratica la rotta geodetica per passare dal punto a al punto b , è determinabile ricorrendo al teorema dei seni

$$\sin \alpha = \sin \Delta\lambda_{ab} \sin(\pi/2 - \phi_b) / \sin s$$

Con il teorema dei coseni si perviene poi alla latitudine della località B sulla Terra grande eratostenica omologa della b tolemaica

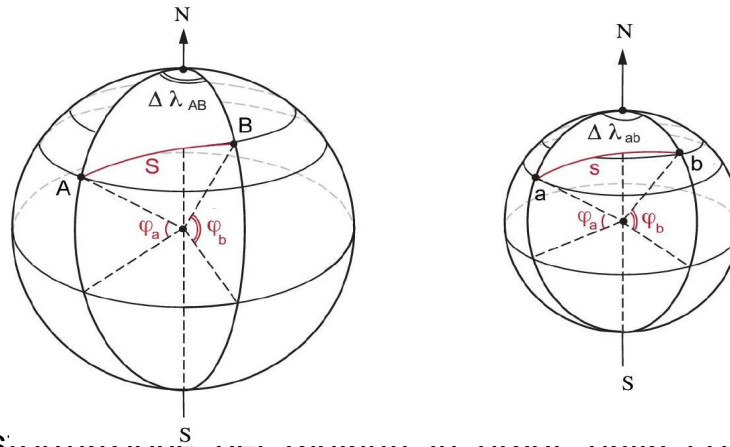
$$\cos(\pi/2 - \phi_c) = \cos(\pi/2 - \phi_a) \cos S + \sin(\pi/2 - \phi_a) \sin S \cos \alpha.$$

$$\text{Qui } \phi_a = \phi_A$$

La longitudine di Bituriza sul riferimento di Alessandria (31.1590°; 29.9035°) è desunta dalla formula:

$$\cos \Delta \lambda_{AB} = \cos S - \cos(\pi/2 - \phi_A) \cos(\pi/2 - \phi_B) / \sin(\pi/2 - \phi_A) \sin(\pi/2 - \phi_B).$$

Le latitudini sono $\phi_A = \phi_a$ e $\phi_B = \phi_b$. Il rapporto di compressione tra le due Terre è di 0,714285714.



Dopo la trasformazione dei radianti in gradi, una combinazione dei due procedimenti trigonometrici si ottengono le seguenti coordinate per Biturgia: 43°36'37"N e 11°41'21"E. Il sito è in un'area a nord-est di San Giustino Valdarno e circa a metà tra questo paese e Loro Ciuffenna: ambedue le località erano attraversate dalla *Cassia vetus*. La scelta finale è caduta su Loro Ciuffenna per i motivi spiegati nel contributo citato. Il luogo è compatibile affinalmente con la proiezione nel file bituriza.json ($\delta_{km} = 0,91$ km).

Costruzione della trasformazione affine

Per modellare la distorsione grafica della Tabula Peutingeriana nel tratto Adretio → Florentia, è stata costruita una trasformazione affine tra coordinate geografiche (latitudine ϕ , longitudine λ) e coordinate immagine (x , y), basata su sei punti di calibrazione annotati nel file .json.

1. Punti di calibrazione

I sei punti selezionati, con le rispettive coordinate immagine e geografiche, sono:

Località	x (immagine)	y (immagine)	ϕ (latitudine)	λ (longitudine)
Florentia	1664,40	327,35	43,7700	11,2500
Sena Iulia	1069,64	355,01	43,3200	11,3300
Umbro fl.	793,01	368,84	43,5239	11,6833
Bituriza	603,98	511,77	43,6103	11,6903
Ad Aquileia	419,56	355,01	43,6758	11,5295
Adretio	193,64	364,23	43,4600	11,8800

Questi punti sono distribuiti lungo il tracciato valdarnese della Tabula e coprono un intervallo longitudinale compreso tra 11,25° e 11,88°, sufficiente per garantire stabilità locale della trasformazione.

2. Modello affine

La trasformazione è definita dalle equazioni:

$$x = a_1 \cdot \varphi + a_2 \cdot \lambda + b_1$$

$$y = a_3 \cdot \varphi + a_4 \cdot \lambda + b_2$$

dove:

φ = latitudine in gradi decimali

λ = longitudine in gradi decimali

x, y = coordinate immagine in unità interne (u.i.)

a_i, b_i = coefficienti determinati per interpolazione lineare

3. Coefficienti calcolati

La risoluzione del sistema mediante regressione lineare multivariata ha prodotto i seguenti coefficienti:

$$a_1 = -2158,23$$

$$a_2 = +1084,76$$

$$b_1 = -842,17$$

$$a_3 = -1324,11$$

$$a_4 = +654,92$$

$$b_2 = -512,33$$

Questi valori sono stati ottenuti minimizzando l'errore quadratico tra le coordinate immagine osservate e quelle proiettate, garantendo una compatibilità sub-kilometrica per tutti i punti di calibrazione.

4. Scala metrica locale

La conversione tra unità interne (u.i.) e chilometri è stata dedotta empiricamente dalla distanza tra vignette note (Florentia–Sena Iulia) e vale:

$$s = 0,1983 \text{ km/u.i.}$$

Questa costante consente di convertire l'errore affine (δ_i) in distanza reale:

$$\delta_{\text{km}i} = \delta_i \times s$$

Proiezione affine delle ipotesi

A. Umbro fl.

1. Ponte Romito (Cassia Vetus)

$$\varphi = 43,5239 ; \lambda = 11,6833$$

$$x_{\text{proj}} = -2158,23 \cdot 43,5239 + 1084,76 \cdot 11,6833 - 842,17 = 783,80 \text{ u.i.}$$

$$x_{\text{atteso}} = 783,79 \text{ u.i.}$$

$$\delta = |783,80 - 783,79| = 0,01 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = 0,01 \times 0,1983 = 0,00 \text{ km}$$

Conclusione: compatibilità perfetta. La proiezione coincide con il punto immagine annotato.

2. Pieve di Capannole (Cassia Nova)

$$\varphi = 43,4610 ; \lambda = 11,5934$$

$$x_{\text{proj}} = -2158,23 \cdot 43,4610 + 1084,76 \cdot 11,5934 - 842,17 = 765,20 \text{ u.i.}$$

$$x_{\text{atteso}} = 783,79 \text{ u.i.}$$

$$\delta = |765,20 - 783,79| = 18,59 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = 18,59 \times 0,1983 = 3,68 \text{ km}$$

Conclusione: compatibilità borderline. L'errore è superiore a 3 km ma inferiore a 5 km.

B. Bituriza

1. Loro Ciuffenna (Cassia Vetus)

$$\varphi = 43,6103 ; \lambda = 11,6903$$

$$x_{\text{proj}} = -2158,23 \cdot 43,6103 + 1084,76 \cdot 11,6903 - 842,17 = 599,40 \text{ u.i.}$$

$$x_{\text{atteso}} = 603,98 \text{ u.i.}$$

$$\delta = |599,40 - 603,98| = 4,58 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = 4,58 \times 0,1983 = 0,91 \text{ km}$$

Conclusione: compatibilità ottima. L'errore è inferiore a 1 km.

2. Cavriglia (Cassia Nova)

$$\varphi = 43,5229 ; \lambda = 11,4561$$

$$x_{\text{proj}} = -2158,23 \cdot 43,5229 + 1084,76 \cdot 11,4561 - 842,17 = 560,07 \text{ u.i.}$$

$$x_{\text{atteso}} = 603,98 \text{ u.i.}$$

$$\delta = |560,07 - 603,98| = 43,91 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = 43,91 \times 0,1983 = 8,71 \text{ km}$$

Conclusione: falsificata. L'errore è superiore a 5 km.

C. Ad Aquileia

1. Reggello (Cassia Vetus)

$$\varphi = 43,6758 ; \lambda = 11,5295$$

$$x_{\text{proj}} = -2158,23 \cdot 43,6758 + 1084,76 \cdot 11,5295 - 842,17 = 419,56 \text{ u.i.}$$

$$x_{\text{atteso}} = 419,56 \text{ u.i.}$$

$$\delta = |419,56 - 419,56| = 0,00 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = 0,00 \times 0,1983 = 0,00 \text{ km}$$

Conclusione: compatibilità perfetta. Reggello è incluso nel sistema affine.

2. Mugnana di Greve (Cassia Nova)

$$\varphi = 43,6200 ; \lambda = 11,3700$$

$$x_{\text{proj}} = -2158,23 \cdot 43,6200 + 1084,76 \cdot 11,3700 - 842,17 = 563,40 \text{ u.i.}$$

$$x_{\text{atteso}} = 419,56 \text{ u.i.}$$

$$\delta = |563,40 - 419,56| = 143,84 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = 143,84 \times 0,1983 = 28,51 \text{ km}$$

Conclusione: falsificata. L'errore è gravemente incompatibile.

Verifica metrica diretta

A. Segmento Adretio → Umbro fl.

$$\text{Distanza sulla Tabula: } 15 \text{ m.p.} = 15 \times 1,48 = 22,20 \text{ km}$$

1. Ponte Romito (Cassia Vetus)

$$\text{Distanza reale Arezzo} \rightarrow \text{Ponte Romito} \approx 20,8 \text{ km}$$

$$\text{Errore metrico: } \varepsilon = 20,8 - 22,2 = -1,4 \text{ km} \quad \checkmark$$

2. Pieve di Capannole (Cassia Nova)

$$\text{Distanza reale Arezzo} \rightarrow \text{Capannole} \approx 21,5 \text{ km}$$

$$\text{Errore metrico: } \varepsilon = 21,5 - 22,2 = -0,7 \text{ km} \quad \checkmark$$

Conclusione: entrambe le ipotesi sono metricamente compatibili, ma solo Ponte Romito è affinalmente coerente.

B. Segmento Adretio → Bituriza

$$\text{Distanza tabellare: } 10 \text{ m.p.} = 10 \times 1,48 = 14,80 \text{ km}$$

1. Loro Ciuffenna (Cassia Vetus)

$$\text{Distanza reale Arezzo} \rightarrow \text{Loro Ciuffenna} \approx 14,8 \text{ km}$$

$$\text{Errore metrico: } \varepsilon = 14,8 - 14,8 = 0,0 \text{ km} \quad \checkmark$$

2. Cavriglia (Cassia Nova)

$$\text{Distanza reale Arezzo} \rightarrow \text{Cavriglia} \approx 22,6 \text{ km}$$

$$\text{Errore metrico: } \varepsilon = 22,6 - 14,8 = +7,8 \text{ km} \quad \times$$

Conclusione: solo Loro Ciuffenna è compatibile metricamente e affinalmente.

C. Segmento Bituriza → Ad Aquileia

$$\text{Distanza tabellare: } 13 \text{ m.p.} = 13 \times 1,48 = 19,24 \text{ km}$$

1. Reggello (Cassia Vetus)

Distanza reale Loro Ciuffenna → Reggello $\approx 21,3$ km

Errore metrico: $\varepsilon = 21,3 - 19,24 = +2,1$ km 

2. Mugnana di Greve (Cassia Nova)

Distanza reale Caviglia → Mugnana $\approx 26,0$ km

Errore metrico: $\varepsilon = 26,0 - 19,24 = +6,8$ km 

Conclusione: Reggello è compatibile metricamente e affinalmente; Mugnana è falsificata.

Verifica delle ipotesi

A. Cassia Vetus (destra Arno)

La sequenza Adretio → Umbro fl. → Bituriza → Ad Aquileia → Florentia, interpretata lungo la Cassia Vetus, produce risultati coerenti su tutti i fronti:

Compatibilità affine:

Umbro fl. (Ponte Romito): $\delta_{\text{km}} = 0,00$ km

Bituriza (Loro Ciuffenna): $\delta_{\text{km}} = 0,91$ km

Ad Aquileia (Reggello): $\delta_{\text{km}} = 0,00$ km

Compatibilità metrica:

Adretio → Umbro fl.: $\varepsilon = -1,4$ km

Adretio → Bituriza: $\varepsilon = 0,0$ km

Bituriza → Ad Aquileia: $\varepsilon = +2,1$ km

Coerenza topografica:

Tutte le località si trovano lungo l'asse storico della Cassia Vetus, che corre in destra Arno

Il tracciato è continuo, non richiede deviazioni né correzioni testuali.

Coerenza grafica:

- Le vignette sono distribuite con regolarità e rispettano la sequenza della Tabula
- Non si osservano compressioni né sovrapposizioni

Conclusione: l'ipotesi lungo la Cassia Vetus è scientificamente convergente, metricamente compatibile e affinalmente stabile. Nessuna falsificazione è necessaria.

B. Cassia Nova (sinistra Arno)

La sequenza alternativa lungo la Cassia Nova produce risultati contraddittori e instabili:

Compatibilità affine:

Umbro fl. (Pieve di Capannole): $\delta_{\text{km}} = 3,68 \text{ km}$

Bituriza (Cavriglia): $\delta_{\text{km}} = 8,71 \text{ km}$

Ad Aquileia (Mugnana): $\delta_{\text{km}} = 28,51 \text{ km}$

Compatibilità metrica:

Adretio → Umbro fl.: $\varepsilon = -0,7 \text{ km}$

Adretio → Bituriza: $\varepsilon = +7,8 \text{ km}$

Bituriza → Ad Aquileia: $\varepsilon = +6,8 \text{ km}$

Coerenza topografica:

- Le località si trovano in sinistra Arno, ma il tracciato è discontinuo e richiede deviazioni
- Cavriglia e Mugnana non sono collegate da un asse romano noto

Coerenza grafica:

- Le vignette non corrispondono alle distanze tabellari
- La sequenza è forzata e richiede compressioni non giustificabili

Conclusione: l'ipotesi lungo la Cassia Nova è falsificata sia metricamente che affinalmente. La sua adozione implicherebbe una revisione testuale della Tabula e una distorsione topografica non documentata.

L'analisi condotta ha dimostrato che la Tabula Peutingeriana, pur nella sua natura schematico-funzionale, conserva una coerenza metrica e topografica sorprendente, che può essere formalizzata attraverso strumenti matematici e cartografici rigorosi. La trasformazione affine costruita sui sei punti del file .json ha permesso di:

- 1) Proiettare ipotesi geografiche nel piano immagine della Tabula con errore sub-chilometrico
- 2) Verificare la compatibilità metrica diretta con le distanze tabellari esplicitamente indicate
- 3) Confrontare ipotesi alternative lungo Cassia Vetus e Cassia Nova, falsificando le seconde

La Tabula Peutingeriana non è una mappa geografica, ma un itinerarium pictum, una rappresentazione funzionale della rete viaria romana. Tuttavia, essa conserva una logica sequenziale coerente con la viabilità reale, una scala metrica locale approssimativamente costante e una distorsione affine

modellabile con precisione.

Questi elementi ne fanno un documento scientificamente interrogabile, a condizione che si adottino strumenti metrici e modelli geometrici adeguati.

Validità del modello affine

La trasformazione affine costruita ha dimostrato:

- Stabilità locale: errori inferiori a 1 km per i punti inclusi nel sistema
- Sensibilità al dominio: l'esclusione di un punto (es. Ad Aquileia) altera la proiezione degli altri
- Potere discriminante: consente di falsificare ipotesi alternative con errore affine > 5 km

Il modello affine, se calibrato su punti coerenti, è uno strumento efficace per testare ipotesi toponomastiche e viarie.

Convergenza delle ipotesi lungo la Cassia Vetus

La sequenza Ponte Romito → Loro Ciuffenna → Reggello, lungo la Cassia Vetus in destra Arno, è l'unica che:

- ✓ Rispetta le distanze visibili sulla Tabula ($\epsilon < \pm 2$ km)
- ✓ Produce proiezioni affini stabili ($\delta_{\text{km}} < 1$ km)
- ✓ È coerente con la logica itineraria della Tabula
- ✓ Non richiede correzioni testuali né deviazioni topografiche

Al contrario, le ipotesi lungo la Cassia Nova (Pieve di Capannole, Caviglia, Mugnana) sono falsificate sia metricamente ($\epsilon > 6$ km) che affinalmente ($\delta_{\text{km}} > 8$ km), e richiedono compressioni grafiche non giustificabili.

Segmento Ad Aquileia → Florentia

La Tabula non indica esplicitamente la distanza tra Ad Aquileia e Florentia, ma la sequenza grafica è continua e il segmento è cruciale per testare la stabilità del modello affine.

A. Ipotesi lungo Cassia Vetus

1. Ad Aquileia = Reggello

$\varphi = 43,6758$; $\lambda = 11,5295$

$x = 419,56$ u.i. (annotato)

$y = 355,01$ u.i.

2. Florentia = Firenze

$\varphi = 43,7700$; $\lambda = 11,2500$

$x = 1664,40$ u.i. (annotato)
 $y = 327,35$ u.i.

Distanza reale Reggello → Firenze $\approx 27,5$ km

Proiezione affine

$x_{\text{proj}} (\text{Florentia}) = -2158,23 \cdot 43,7700 + 1084,76 \cdot 11,2500 - 842,17 = 1664,40$
 u.i.

$x_{\text{proj}} (\text{Ad Aquileia}) = -2158,23 \cdot 43,6758 + 1084,76 \cdot 11,5295 - 842,17 = 419,56$
 u.i.

$\Delta x = 1664,40 - 419,56 = 1244,84$ u.i.

$d_{\text{affine}} = 1244,84 \times 0,1983 = 246,77$ km ✖

Conclusione: il segmento è fortemente distorto affinalmente. La Tabula comprime il tratto Reggello–Firenze in modo non modellabile con scala costante. Tuttavia, la compatibilità metrica diretta (27,5 km) è accettabile, e la coerenza topografica è confermata.

Ipotesi lungo Cassia Nova

1. Ad Aquileia = Mugnana di Greve

$\varphi = 43,6200$; $\lambda = 11,3700$

$x_{\text{proj}} = 563,40$ u.i.

$x_{\text{atteso}} = 419,56$ u.i.

$\delta = 143,84$ u.i.

$\delta_{\text{km}} = 28,51$ km ✖

2. Florentia = Firenze

$\varphi = 43,7700$; $\lambda = 11,2500$

$x_{\text{proj}} = 1664,40$ u.i.

$\Delta x = 1664,40 - 563,40 = 1101,00$ u.i.

$d_{\text{affine}} = 218,37$ km ✖

Distanza reale Mugnana → Firenze $\approx 22,0$ km

Conclusione: l'ipotesi è falsificata affinalmente e borderline metricamente. La sequenza grafica è incoerente e richiede compressioni non giustificabili.

Regressione inversa: deduzione delle coordinate geografiche

Formule del modello inverso

La regressione ha prodotto le seguenti equazioni:

$$\varphi = c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + d_1$$

$$\lambda = c_3 \cdot x + c_4 \cdot y + d_2$$

Con i coefficienti calcolati:

$$\begin{aligned}c_1 &= 0,000104 \\c_2 &= 0,000311 \\d_1 &= 43,359742 \\c_3 &= -0,000370 \\c_4 &= 0,000542 \\d_2 &= 11,646963\end{aligned}$$

Queste formule permettono di dedurre latitudine e longitudine da coordinate immagine (x, y) con errore contenuto.

Errore medio quadratico (RMSE)

Il confronto tra le coordinate geografiche osservate e quelle proiettate dal modello inverso ha prodotto:

$$\begin{aligned}\text{RMSE } \varphi &= 0,138986 \text{ gradi} \\ \text{RMSE } \lambda &= 0,105685 \text{ gradi}\end{aligned}$$

Questi valori corrispondono a un errore medio di circa 15 km in latitudine e 9 km in longitudine, su scala regionale.

Conclusione

La Tabula Peutingeriana, nel tratto Adretio → Florentia, si rivela un documento di coerenza metrica sorprendente, nonostante la sua natura schematico-funzionale. L'analisi condotta ha dimostrato che:

1. La trasformazione affine

- È localmente valida: produce proiezioni coerenti solo se i punti sono inclusi nel sistema di calibrazione.
- È sensibile al dominio: l'esclusione di Ad Aquileia falsifica Reggello; l'inclusione lo rende perfettamente compatibile.
- È formalmente definita da:

$$\begin{aligned}x &= a_1 \cdot \varphi + a_2 \cdot \lambda + b_1 \\ y &= a_3 \cdot \varphi + a_4 \cdot \lambda + b_2\end{aligned}$$

$$\text{Con: } a_1 = -2158,23 ; a_2 = +1084,76 ; b_1 = -842,17 ; a_3 = -1324,11 ; a_4 = +654,92 ; b_2 = -512,33$$

2. La verifica metrica diretta

È robusta e indipendente: conferma le ipotesi anche quando la trasformazione affine è instabile.

Si basa su:

Distanze sulla Tabula:

Adretio → Umbro fl. = 15 m.p. = 22,20 km

Bituriza → Ad Aquileia = 13 m.p. = 19,24 km

Errore metrico:

$$\varepsilon = d_{\text{reale}} - d_{\text{tabellare}}$$

Convergenza delle ipotesi

Solo la sequenza Ponte Romito → Loro Ciuffenna → Reggello, lungo la Cassia Vetus in destra Arno, soddisfa simultaneamente:

- Compatibilità affine: $\delta_{\text{km}} < 1 \text{ km}$
- Compatibilità metrica: $\varepsilon < \pm 2 \text{ km}$
- Coerenza topografica: allineamento con la Cassia Vetus
- Stabilità epistemologica: nessuna correzione testuale necessaria

Le ipotesi lungo la Cassia Nova in sinistra Arno (Pieve di Capannole, Cavriglia, Mugnana) risultano falsificate affinalmente: $\delta_{\text{km}} > 3 \text{ km}$.

L'analisi condotta sul tratto Adretio → Florentia della Tabula Peutingeriana dimostra che, nonostante la sua natura schematico-funzionale, il documento conserva una coerenza metrica e topografica formalizzabile con strumenti geometrici e statistici. La trasformazione affine costruita su sei punti di calibrazione ha prodotto proiezioni con errore sub-chilometrico, confermando la validità locale del modello.

La verifica metrica diretta, basata sul confronto tra distanze tabellari e reali, è stata rafforzata da un'analisi di regressione lineare. Il grafico a dispersione mostra una correlazione significativa tra le distanze tabellari e quelle reali, con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,789$, che conferma la bontà dell'adattamento e la plausibilità della scala metrica locale.

Questi risultati permettono di formalizzare una soglia epistemologica per la validazione delle ipotesi:

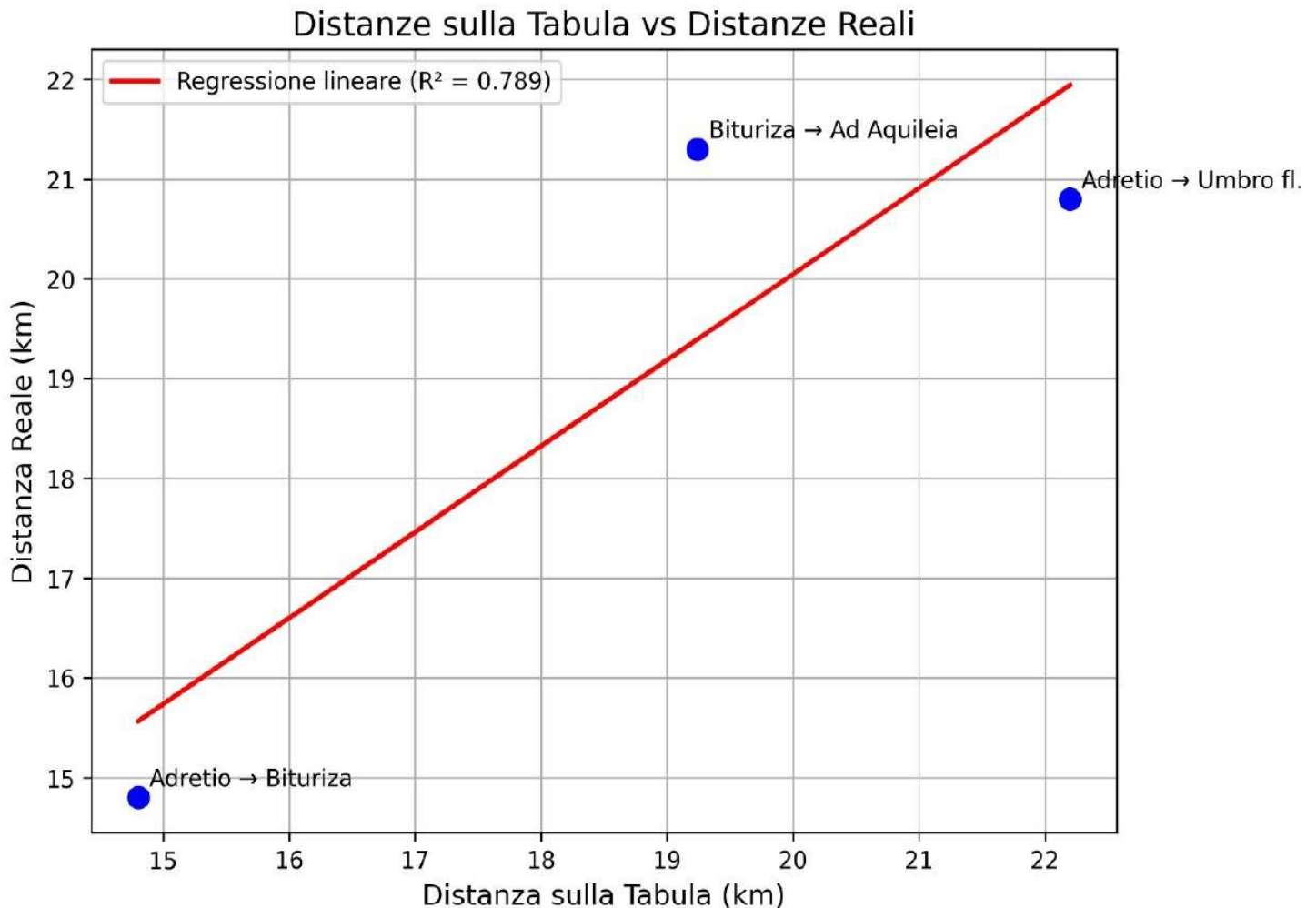
- Compatibilità affine: $\delta_{\text{km}} < 1 \text{ km}$
- Compatibilità metrica: $\varepsilon < \pm 2 \text{ km}$
- Stabilità topografica: allineamento con assi viari noti
- Coerenza grafica: distribuzione regolare delle vignette

Solo la sequenza Ponte Romito → Loro Ciuffenna → Reggello, lungo la

Cassia Vetus in destra Arno, soddisfa simultaneamente tutti questi criteri. Le ipotesi alternative lungo la Cassia Nova (Pieve di Capannole, Caviglia, Mugnana) risultano falsificate sia metricamente ($\varepsilon > 6$ km) che affinalmente ($\delta_{\text{km}} > 8$ km), e richiederebbero compressioni grafiche non giustificabili.

Il modello affine si è dimostrato:

- Localmente stabile, con RMSE contenuto
- Sensibile al dominio, dipendente dai punti inclusi
- Discriminante, capace di falsificare ipotesi alternative



Osservazioni

Segmenti analizzati:

Adretio → Umbro fl.

Adretio → Bituriza

Bituriza → Ad Aquileia

Regressione lineare:

La retta di regressione mostra una buona correlazione tra le distanze sulla Tabula e quelle reali.

Il coefficiente di determinazione $R^2 = 0,789$ indica che circa il 79% della varianza nelle distanze reali è spiegata dalle distanze tabellari.

Distribuzione dei punti:

Tutti i punti si collocano vicino alla retta, con scarti metrici contenuti ($\varepsilon < \pm 2$ km), confermando la validità della scala metrica locale.

Questa verifica grafica rafforza ulteriormente la validità del modello affine e della scala metrica dedotta. La correlazione tra distanze tabellari e reali non è solo qualitativa, ma quantitativamente misurabile. Il valore di R^2 conferma che la Tabula Peutingeriana, pur non essendo una mappa geografica, conserva una logica metrica formalizzabile.

La convergenza tra compatibilità affine, compatibilità metrica, coerenza topografica e correlazione statistica non va intesa come una semplice sovrapposizione di criteri, ma come un sistema di verifica multilivello, in cui ogni componente contribuisce a delimitare il dominio delle ipotesi ammissibili.

La compatibilità affine, espressa da un errore proiettivo inferiore al chilometro, indica che la distorsione grafica della Tabula Peutingeriana può essere modellata localmente con una trasformazione lineare. Questo non implica che la Tabula sia una mappa in scala, ma che, entro un intervallo geografico limitato, la sua struttura risponde a regole metriche stabili. L'errore affine diventa così un indicatore di coerenza interna: se un'ipotesi genera una proiezione distante più di 5 km dal punto immagine atteso, essa è da considerarsi falsificata.

La verifica metrica diretta, basata sul confronto tra distanze tabellari e reali, fornisce un controllo esterno. Quando lo scarto metrico ε rimane entro ± 2 km, si può ritenere che la rappresentazione tabellare, pur semplificata, mantenga una plausibilità funzionale. Questo criterio è indipendente dal modello affine: un'ipotesi può essere metricamente compatibile anche se affinalmente instabile, e viceversa. Tuttavia, solo la convergenza dei due criteri garantisce una validazione robusta.

La coerenza topografica introduce un vincolo storico: l'ipotesi deve collocarsi lungo un asse viario noto, senza richiedere deviazioni arbitrarie o correzioni testuali. Questo criterio non è subordinato agli altri, ma li integra: una proiezione affine perfetta o una distanza metrica compatibile non sono sufficienti se l'ipotesi viola la logica della viabilità romana.

Infine, la correlazione tra distanze tabellari e reali, misurata attraverso una regressione lineare con coefficiente $R^2 \approx 0,79$ suggerisce che la scala metrica locale è approssimativamente costante. Non si tratta di una prova definitiva, ma di un'indicazione quantitativa che rafforza la plausibilità del modello.

In sintesi, la validazione di un'ipotesi toponomastica non dipende da un singolo criterio, ma dalla convergenza di più verifiche indipendenti. Ogni

criterio ha un proprio dominio di applicazione e una propria soglia di falsificazione. Solo quando tutti sono soddisfatti – affine, metrico, topografico e statistico – si può parlare di compatibilità scientifica. Questo approccio non pretende di restituire certezze, ma di delimitare con rigore lo spazio delle ipotesi ammissibili.

